



**Ciências  
ULisboa**

Faculdade  
de Ciências  
da Universidade  
de Lisboa

# Projeção de Bonne

Trabalho realizado por:

Filipe Barros Nº48353

Henrique Fernandes Nº45555

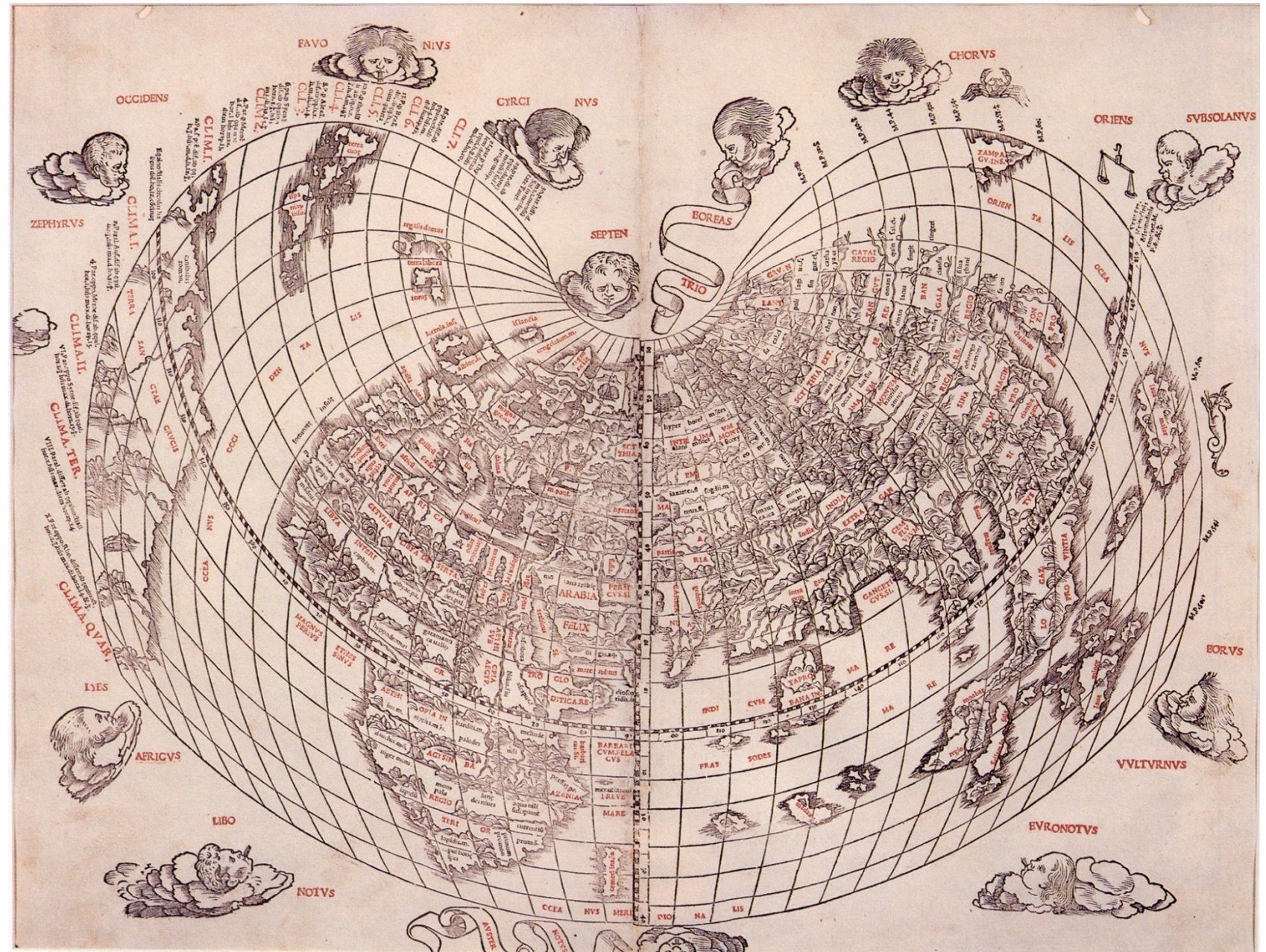
# Características principais:

	Projeção de Bonne
Natureza	Cónica
Coincidência	Tangente
Posição	Normal
Propriedades	Equivalente

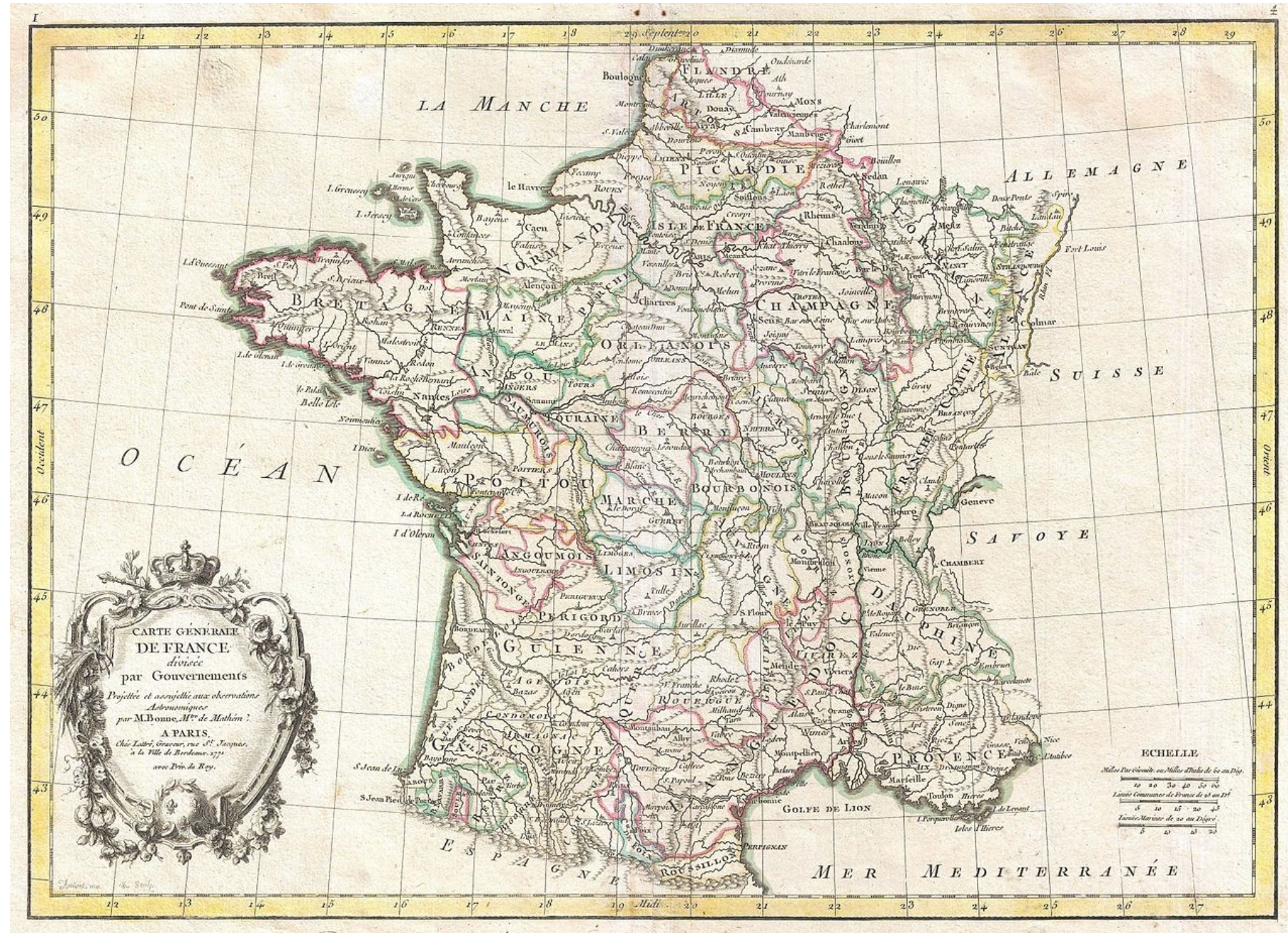
- Apenas o meridiano central central de referência é uma linha reta.
- Deformação linear é 1 no meridiano central e em todos os paralelos.
- A latitude do paralelo central da projeção, paralelo em contato com a superfície da projeção, é representado por  $\phi_0$ .
- A escala é constante ao longo do meridiano central e de todos os paralelos.

# História

A projeção de Bonne começou a ser usada no século XVI por Bernard Sylvanus, na criação de um mapa do mundo.



Este tipo de projeção foi muito popular em França, país de onde Rigobert Bonne(1727-1796) foi pioneiro no seu uso, primeiro pela criação de um mapa da costa de França e mais tarde por outros mapas do mesmo país e da Ásia.



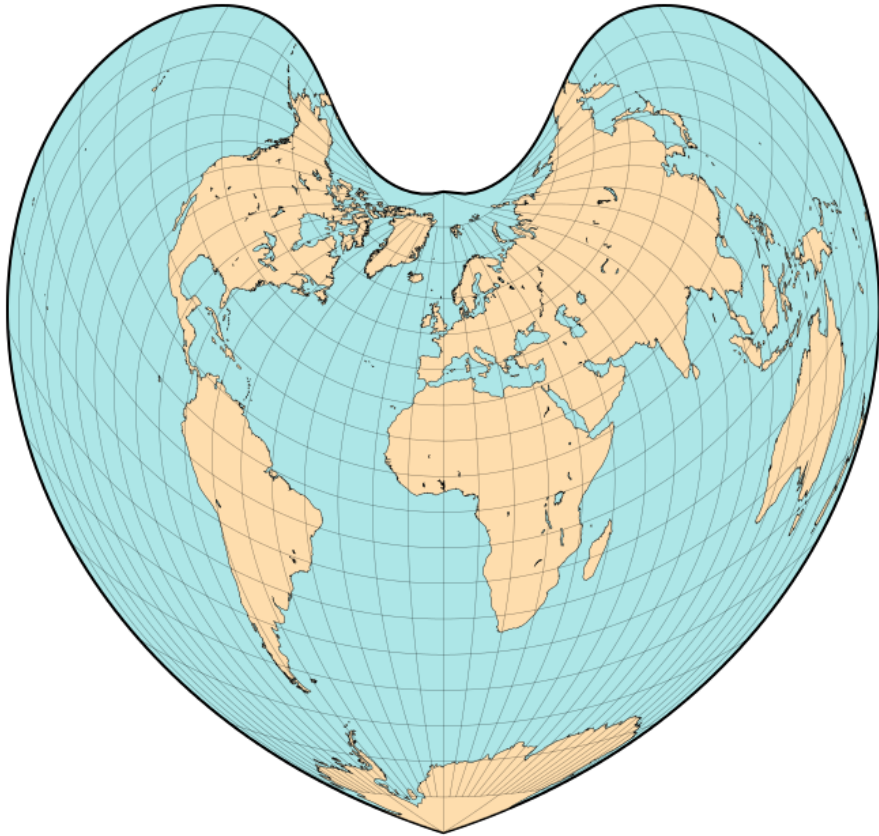


A Paris chez l'auteur rue St. Jacques, près la Fontaine St. Severin, a la Ville de Bordeaux.

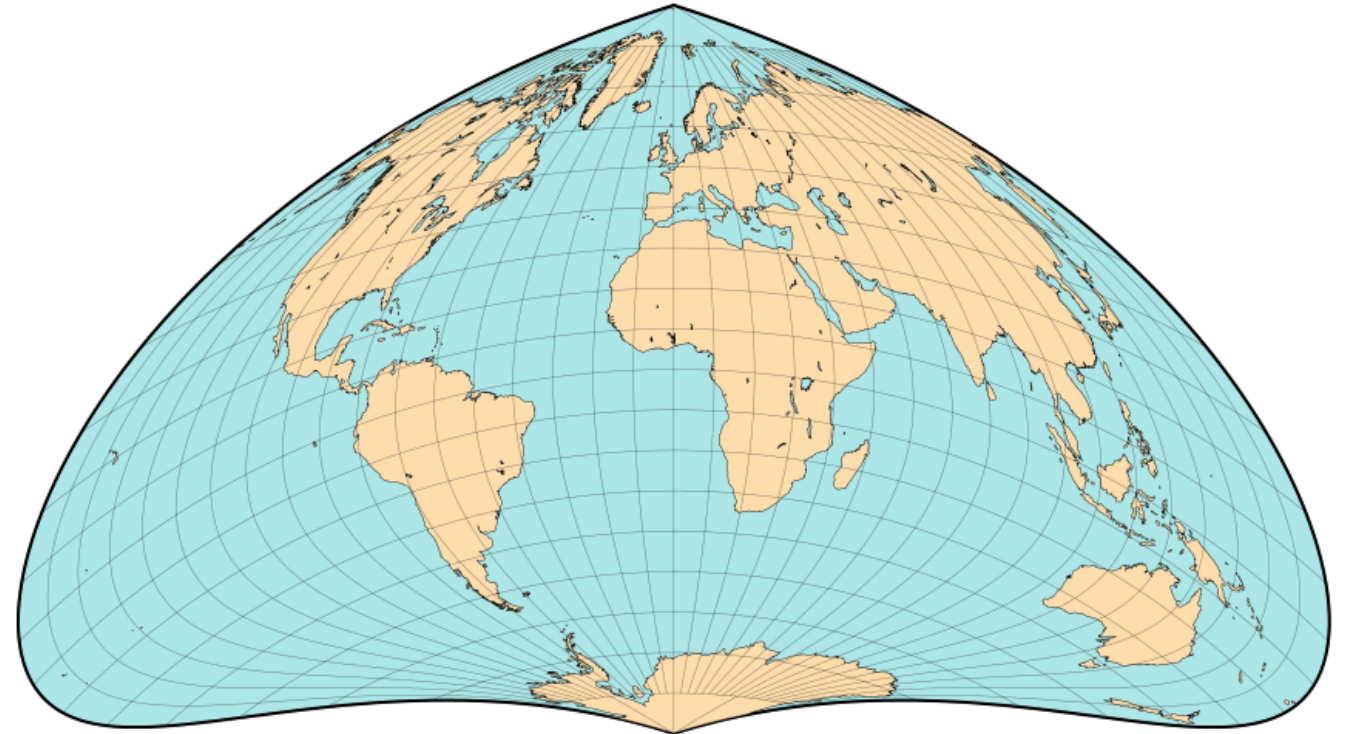
Como tal também tem a vantagem de podermos escolher a latitude onde queremos maior precisão alterando a localização do paralelo central.

Esta característica fez como a projeção de Bonne fosse muito popular no século XIX, altura em que muitas nações começaram a criar organizações do estado dedicadas à criação de cartografia local e dos seus territórios coloniais, a popularidade deste tipo de projeção continuou durante a primeira metade do século XX.

paralelo central a 45° N

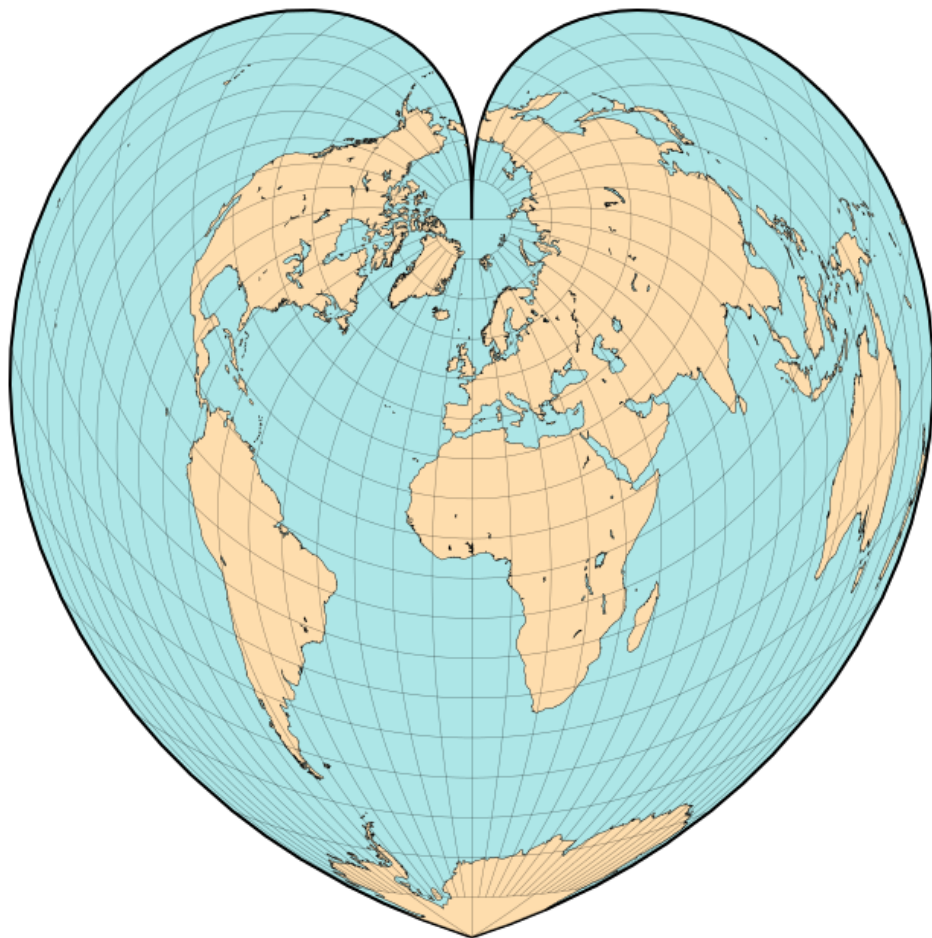


Paralelo central a 15° S

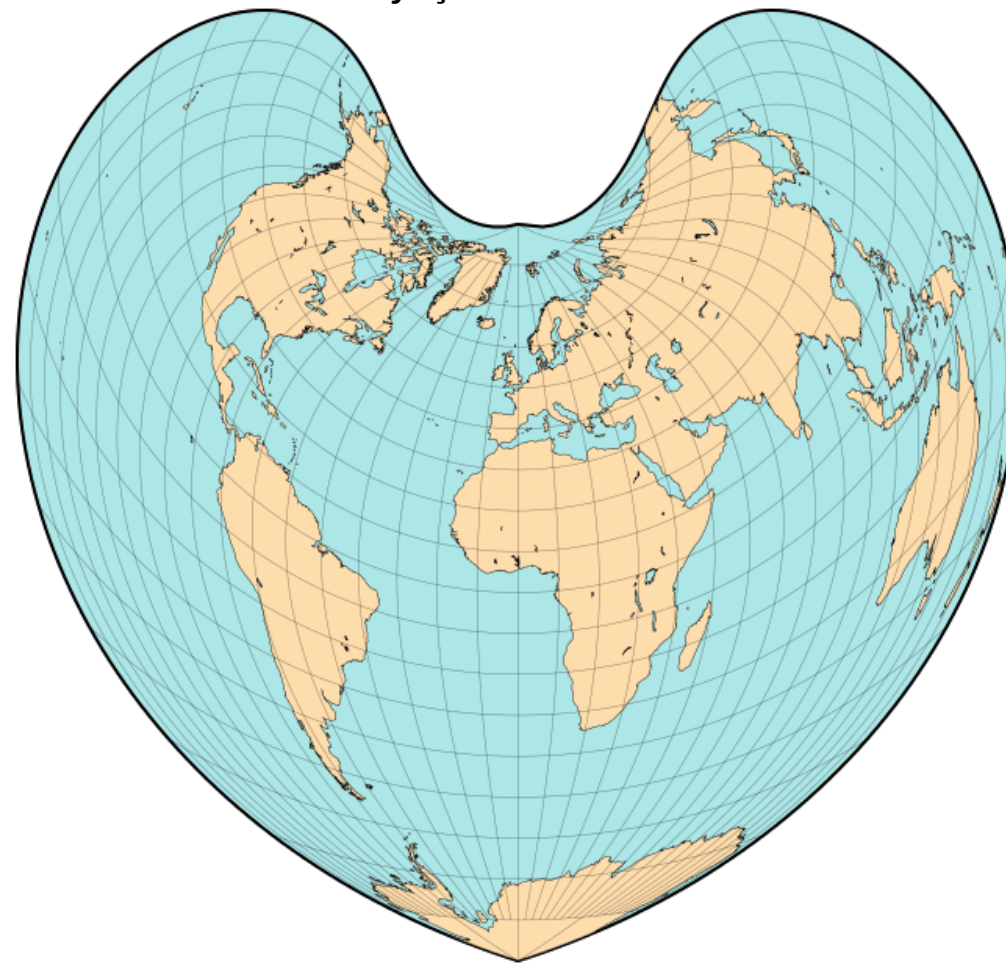


No mapeamento de atlas de continentes e países, esta projeção substituiu em grande parte a projeção de Werner, porque a projeção de Bonne tem menos distorção devido ao facto do centro da projeção de Werner estar no polo norte (o equivalente ao paralelo central na projeção de Bonne) enquanto que o centro da projeção de Bonne está no centro da região a ser mapeada.

Projeção de Werner.

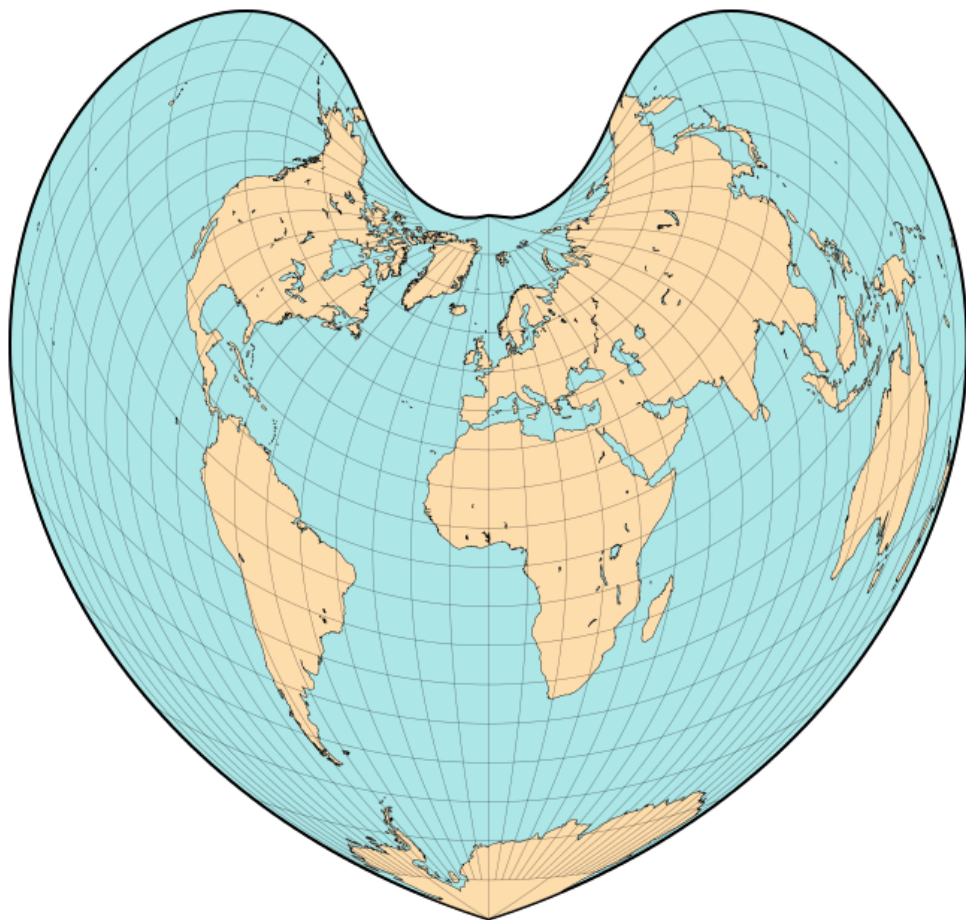


Projeção de Bonne

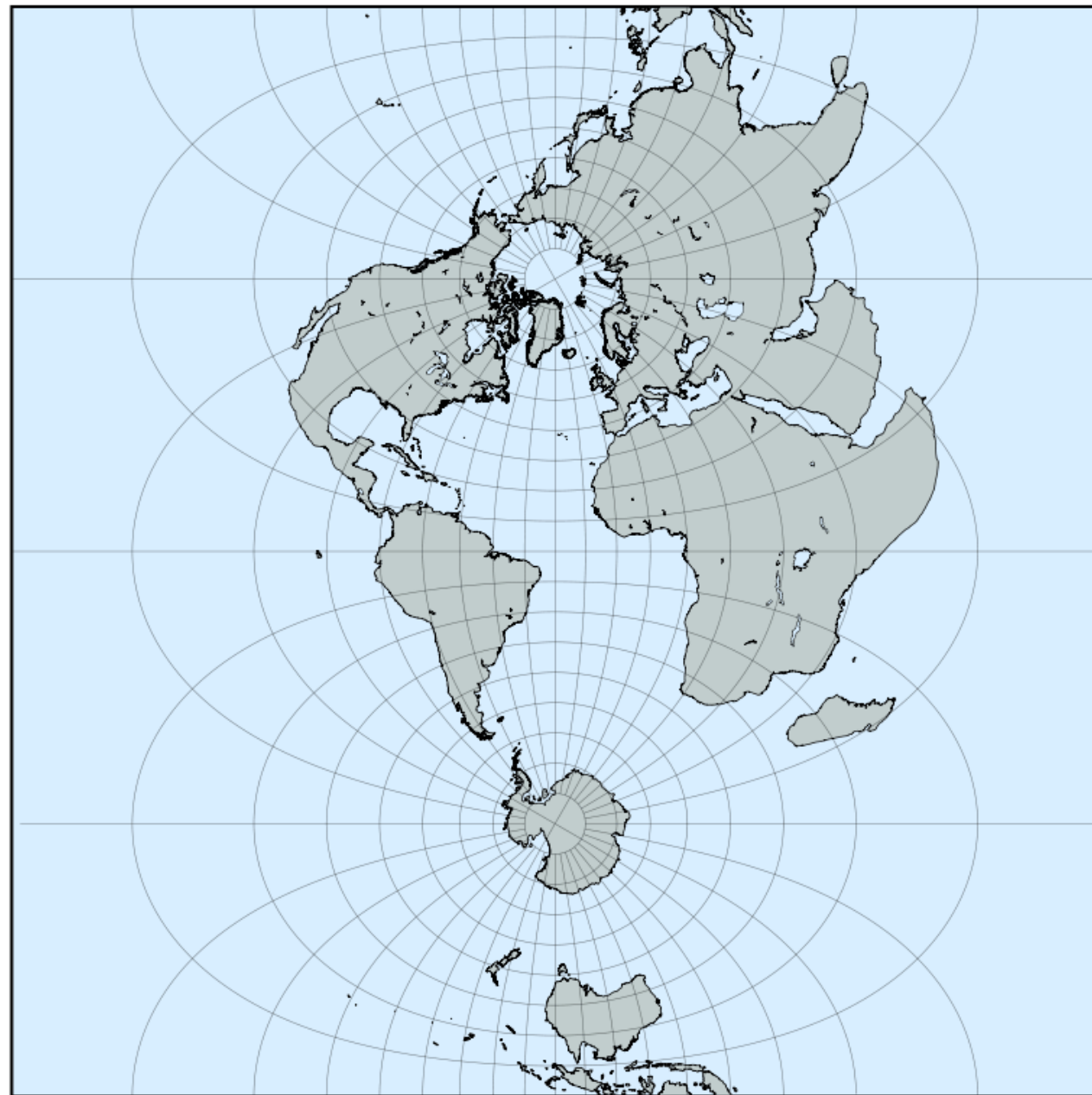


A projeção transversa de Mercator veio substituir a de Bonne na maioria dos casos, no entanto este tipo de projeção ainda é popular em França, Irlanda e Marrocos para mapeamento topográfico.

Projeção de Bonne



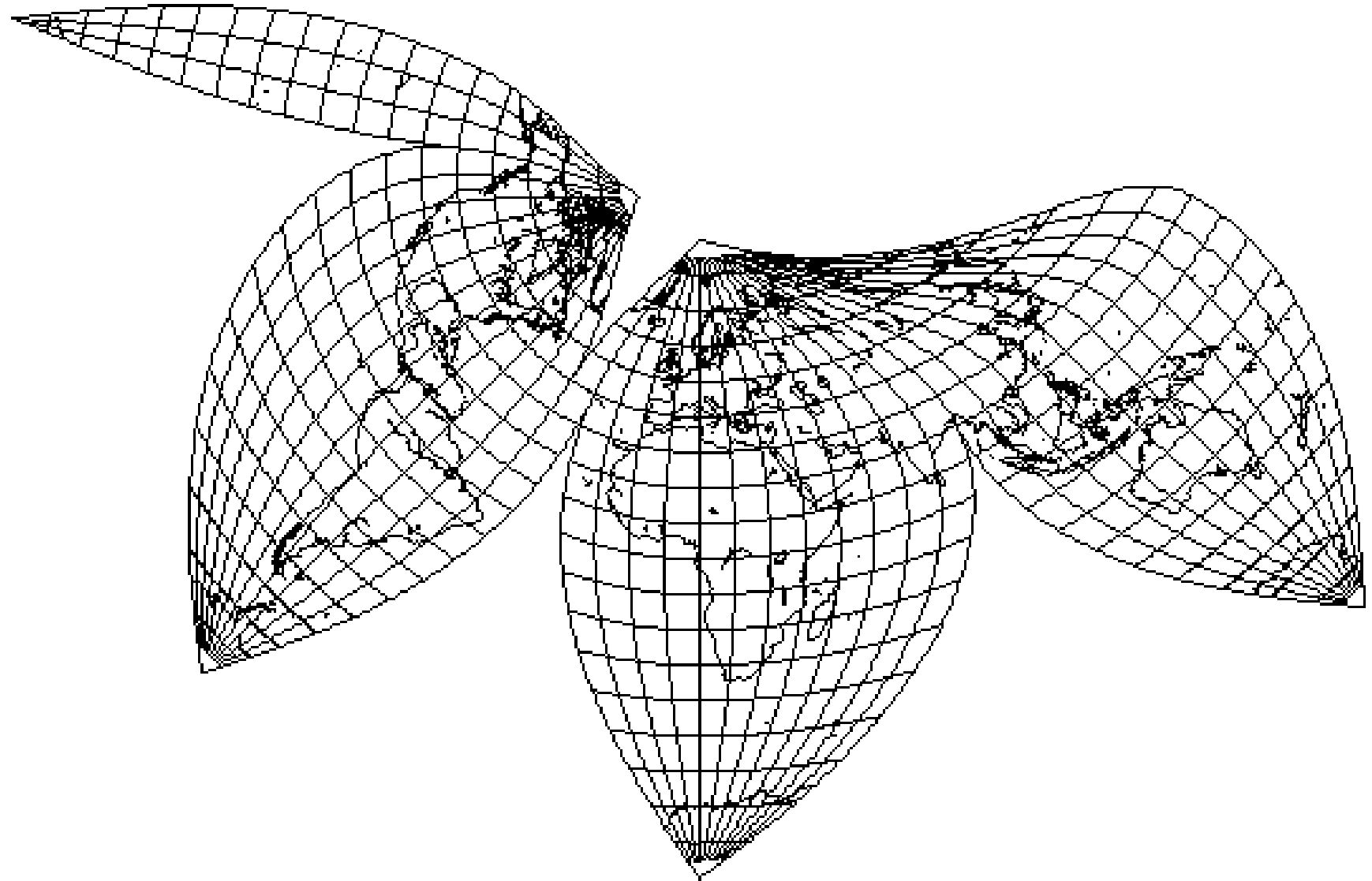
Projeção transversa de Mercator



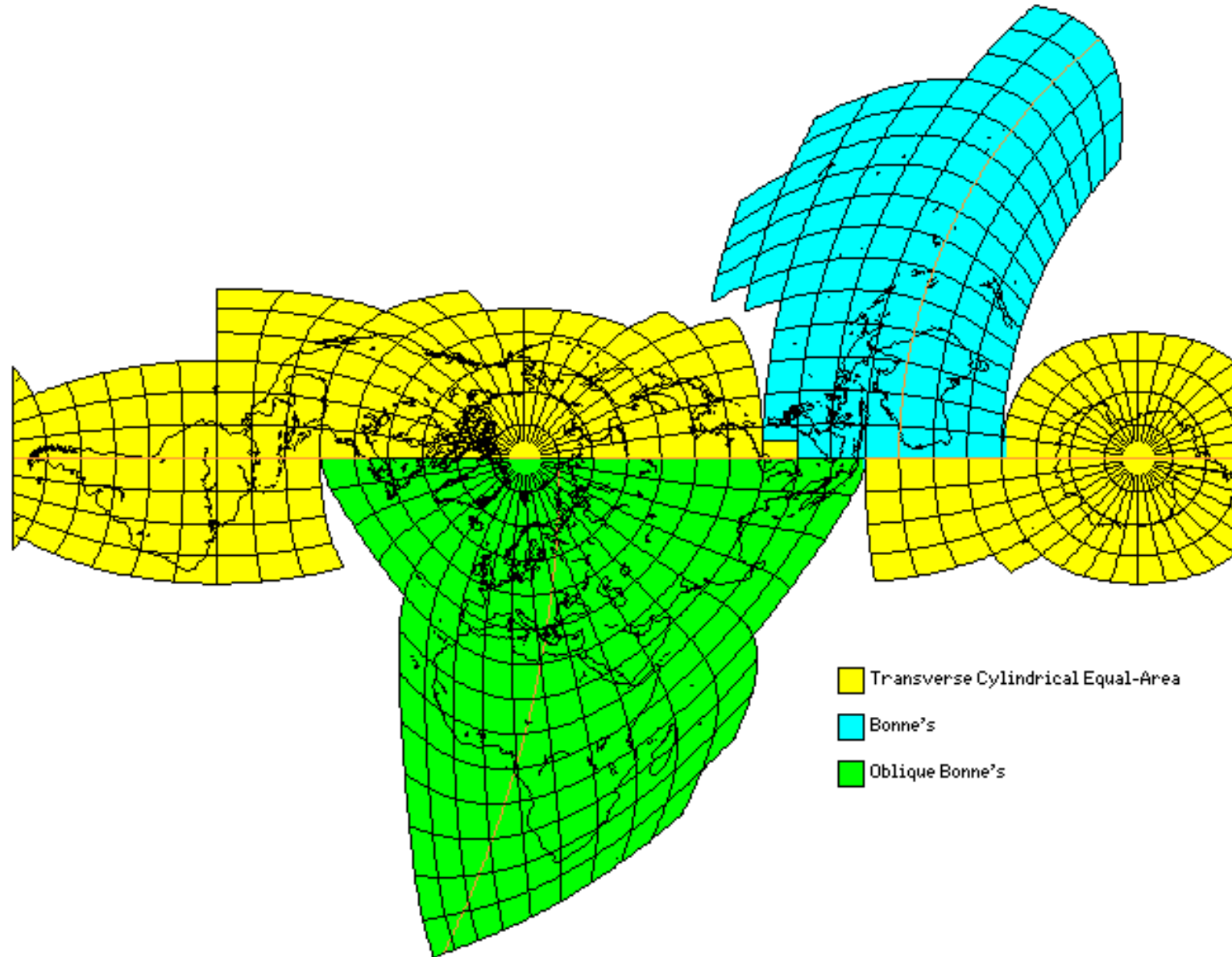


A projecção de Bonne tem a flexibilidade de se poder combinar partes dum mapa com diferentes paralelos centrais ou diferentes projecções.

A metade esquerda deste mapa tem o paralelo central a  $40^{\circ}$  N e a metade direita a  $20^{\circ}$  N.



A projecção de Bonne tem a flexibilidade de se poder combinar partes dum mapa com diferentes projecções.



# Projeção de Bonne em Portugal:

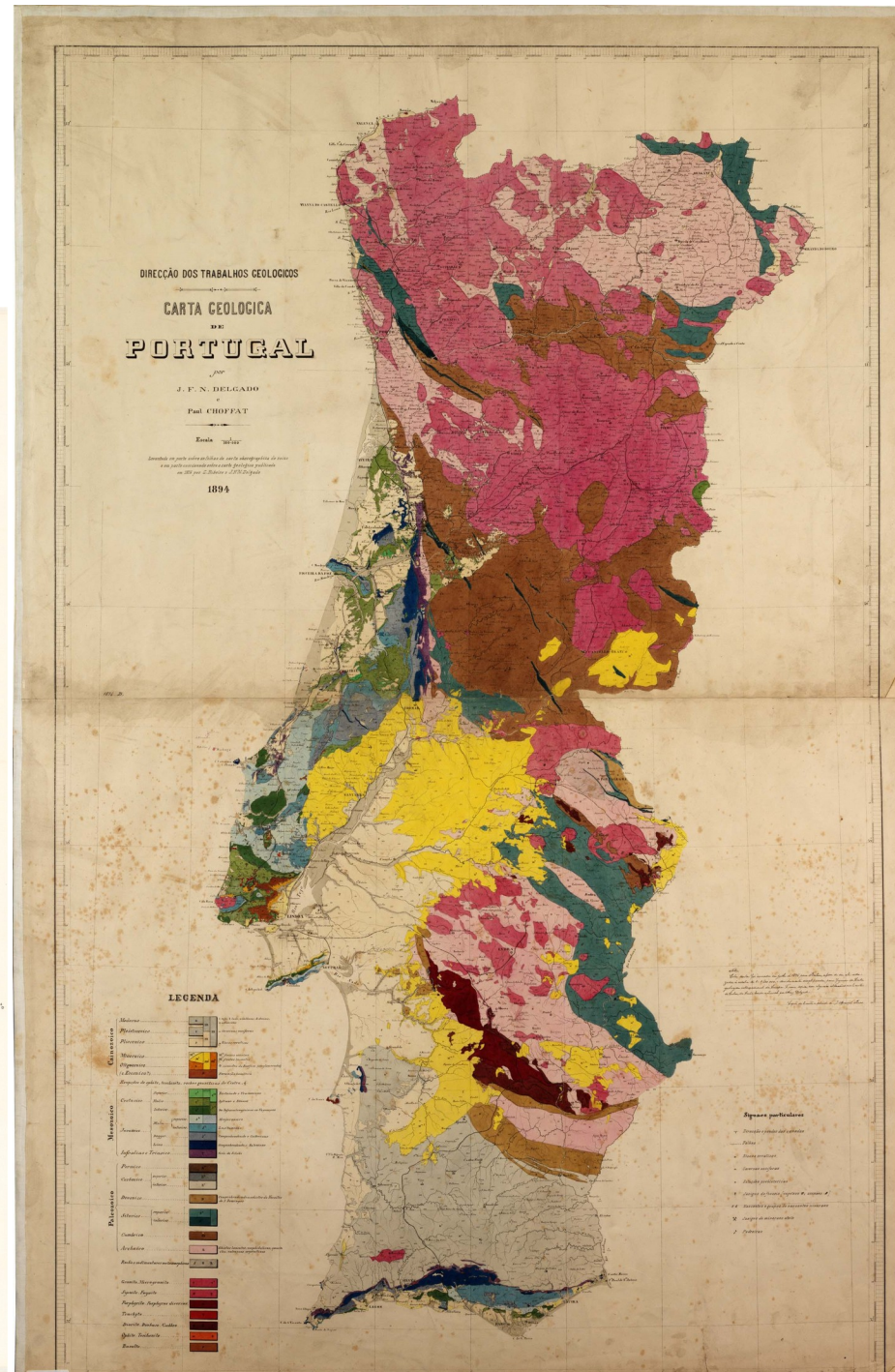
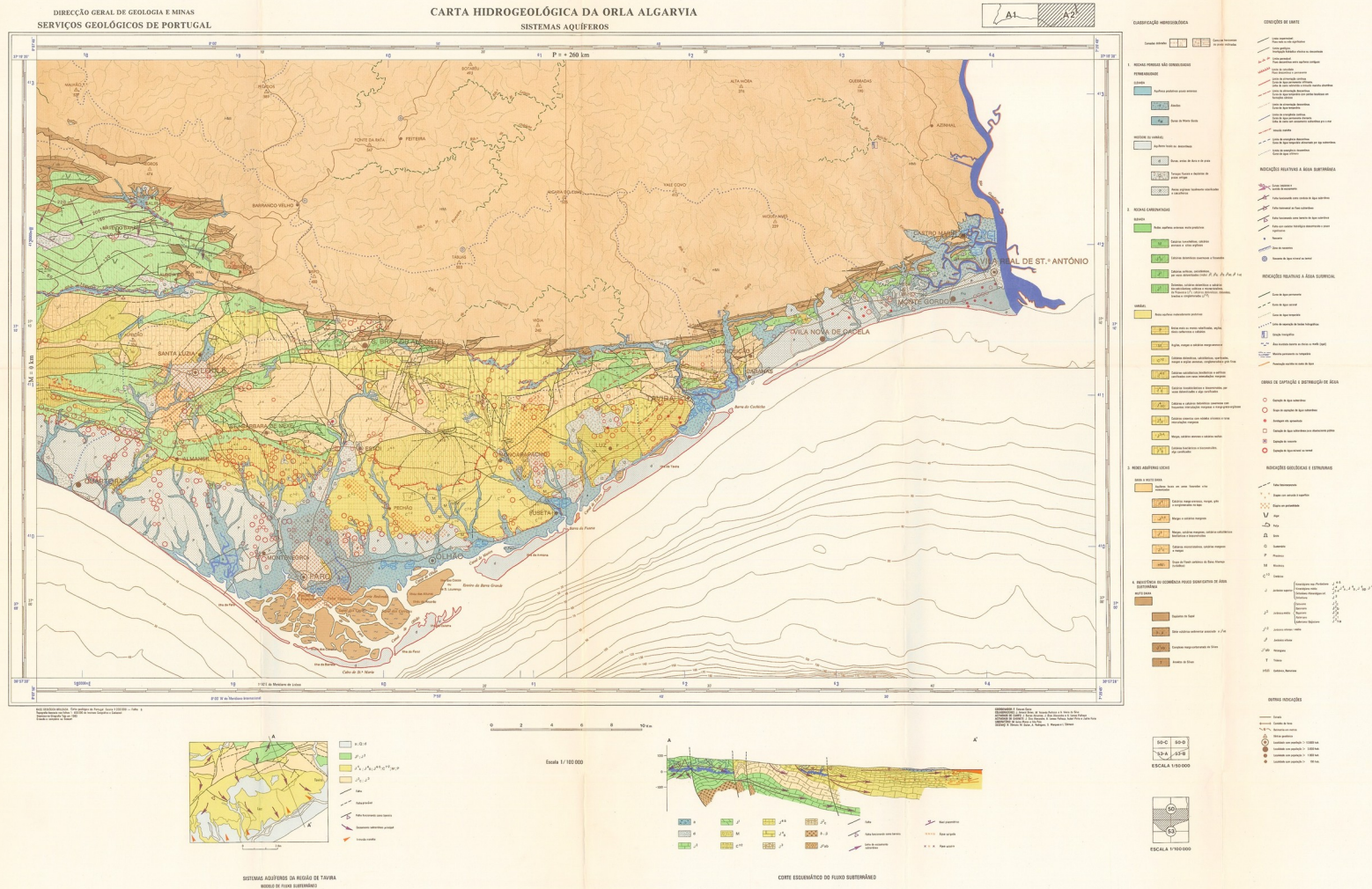
Usada pelo IPCC – Instituto Português de Cartografia e Cadastro, actual IGP – Instituto Geográfico Português, na elaboração de cartas 1/50.000, 1/100.000 e cartas temáticas, alguns exemplos destas são: a Carta Geológica de Portugal à escala 1:50.000, a Carta Hidrogeológica da Orla Algarvia à escala 1/100.000 e as Cartas Geológica e Mineira de Portugal à escala 1/500.000.

Elipsoide: Bessel

Datum: Castelo de São Jorge

Origem das coordenadas:           PC 39°40'N  
  8°07'54,806''W

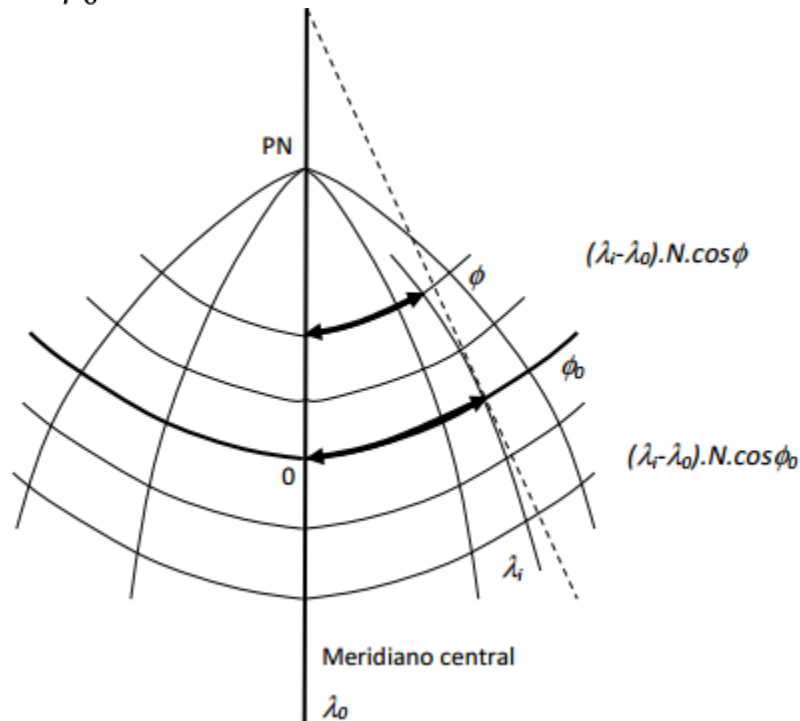
Alguns exemplos:



# Projeção de Bonne

- O arco de meridiano entre o paralelo de latitude  $\phi_0$  e um paralelo de latitude  $\phi$  é dado por:

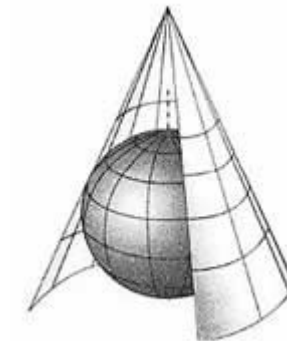
$$\sigma = \int_{\phi_0}^{\phi} \rho \cdot d\phi \quad \text{Equação 1}$$



- O arco de meridiano entre o paralelo de latitude  $\phi_0$  e um paralelo de latitude  $\phi$  é dado por:

$$d = (\lambda - \lambda_0) \cdot N \cdot \cos \phi \quad \text{Equação 2}$$

- N, representa o raio de curvatura na direção da primeira vertical perpendicular



- Impor a condição de que os paralelos sejam representados por arcos de circunferência concêntricos.

- Equação geral das projeções equivalentes

$$m \cdot \rho \cdot r = R \cdot \left| \frac{\partial R}{\partial \phi} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \lambda} \right| \quad \text{Equação 4}$$

$$R = R(\phi) \quad \text{Equação 3}$$

FÓRMULAS DA  
TRANSFORMAÇÃO

$$\theta = \pm \frac{m \cdot \rho \cdot r}{R \cdot \left| \frac{\partial R}{\partial \phi} \right|} \cdot \lambda + \text{const.} \quad \text{Equação 5}$$

- Elemento linear sobre o elipsoide  $\longrightarrow ds^2 = \rho^2 d\phi^2 + r^2 d\lambda^2$  Equação 6

- Elemento linear sobre o plano  $\longrightarrow ds_1^2 = dR^2 + R^2 d^2 \theta$  Equação 7

- Incluimos a seguinte expressão  $\longrightarrow F(\phi) = \frac{\rho \cdot r}{R \cdot \left| \frac{\partial R}{\partial \phi} \right|}$  Equação 8

FÓRMULAS DA  
TRANSFORMAÇÃO

$$R = R(\phi) \text{ Equação 3}$$

$$\theta = \pm m \cdot \lambda \cdot F(\phi) \text{ Equação 5}$$

- A deformação linear sobre o meridiano central ( $\lambda = 0$ ) e na direção do meridiano central ( $d\lambda = 0$ ) é dada por:

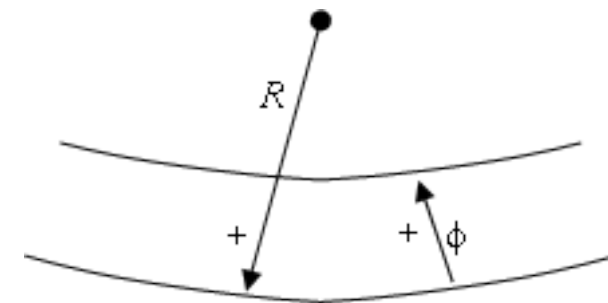
$$k = \frac{ds_1}{ds} \quad \text{Equação 9}$$

- A deformação seja a mesma para todos os pontos do meridiano central, ou seja,  $k$  é constante:

$$k = \frac{\left| \frac{\partial R}{\partial \phi} \right|}{\rho} = \text{const.} > 0 \quad \text{Equação 10}$$

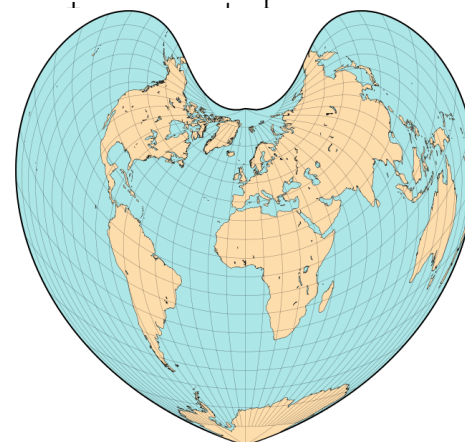
- Ao integrarmos a equação 10 obtemos:

$$R = \pm k \cdot \int \rho \cdot d\phi + \text{const.} \quad \text{Equação 11}$$

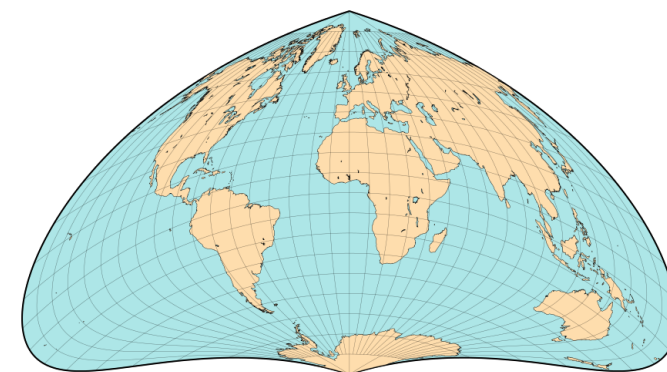


$R$

1. Sinal positivo



2. Sinal negativo





- O raio do arco de circunferência que corresponde ao paralelo central da projeção representa-se por  $R_0$ :

$$R_0 = \pm k \cdot \left| \int \rho \cdot d\phi \right|_{\phi=\phi_0} + const. \quad \text{Equação 12}$$

$R_0$  é o lado do cone circunscrito ao elipsoide e tangente ao longo do paralelo central de latitude  $\phi_0$

Juntando a equação 10 e a equação 11, obtemos:

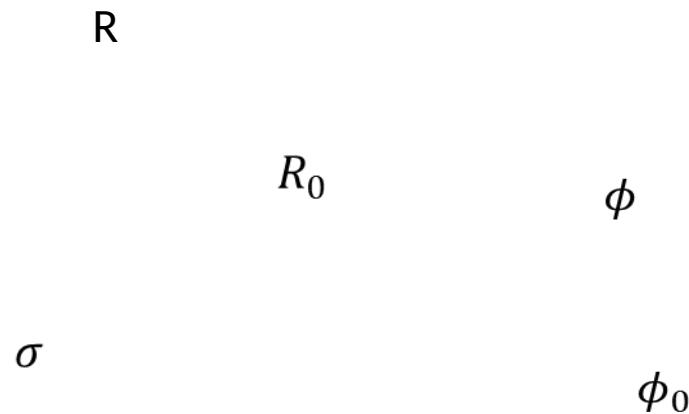
$$R = R_0 \pm k \cdot \int_{\phi_0}^{\phi} \rho \cdot d\phi \quad \text{Equação 13}$$

Recorrendo à equação 1, obtemos:

$$R = R_0 \pm k \cdot \sigma \quad \text{Equação 14}$$

# PROJEÇÃO DE UMA ZONA NO HEMISFÉRIO NORTE

- Adota-se o sinal negativo para que o valor de  $R$  e o valor de  $\phi$  cresçam em sentidos opostos.



$$R = R_0 - k \cdot \int_{\phi_0}^{\phi} \rho \cdot d\phi \quad \text{Equação 15}$$

**Figura 4.4.** - Relação entre o raio vector ( $R$ ) de um dado paralelo e o raio vector do paralelo de referência ( $R_0$ )

- Para que o sistema seja conforme no meridiano central e na direcção dos paralelos

- Consideramos que a deformação linear no meridiano central ( $\lambda = 0$ ) e na direcção dos paralelos ( $d\phi = 0$ ) seja igual

- Seguintes elementos lineares sobre o elipsóide (1.) e sobre o plano (2.), respetivamente:

$$1. ds^2 = \rho^2 d\phi^2 + r^2 d\lambda^2 \quad \text{Equação 16}$$

$$2. ds_1^2 = R^2 \cdot m^2 \cdot F^2(\phi) \cdot d\lambda^2 \quad \text{Equação 17}$$

- A deformação linear é:

$$k = \frac{ds_1}{ds} = \frac{R \cdot m \cdot F(\phi)}{r} \quad \text{Equação 18}$$

- Substituindo  $F(\phi)$  pela equação 8 e tendo em consideração a equação 10, obtemos:

$$k = \sqrt{m} \quad \text{Equação 19}$$

### FORMULAS DA TRANSFORMAÇÃO

$$R = R_0 - k \cdot \int_{\phi_0}^{\phi} \rho \cdot d\phi \quad \text{Equação 20}$$

$$\theta = \pm \frac{\sqrt{m} \cdot r \cdot \lambda}{R} \quad \text{Equação 21}$$

- Por fim incluímos que a deformação linear seja conforme.

- A deformação linear  $k$  seja igual a  $\sqrt{m}$ , em relação aos elementos lineares sobre o paralelo central ( $\phi = \phi_0$ ) e sobre o meridiano central

- Elemento linear sobre o elipsoide:

$$ds^2 = \rho_0^2 d\phi^2 \quad \text{Equação 22}$$

- Elemento linear sobre o plano:

$$ds_1^2 = dR^2 + R_0^2 \cdot d\theta^2 \quad \text{Equação 23}$$

FÓRMULAS DE  
TRANSFORMAÇÃO FINAIS

$$\rightarrow R = R_0 - \sqrt{m} \int_{\phi_0}^{\phi} \rho \cdot d\phi \quad \text{Equação 24}$$

$$\rightarrow R_0 = \sqrt{m} \cdot N_0 \cdot \cot \phi_0 \quad \text{Equação 25}$$

$$\rightarrow \theta = \pm \frac{\sqrt{m} \cdot r \cdot \lambda}{R} \quad \text{Equação 26}$$

# CARTOGRAFIA PORTUGUESA

- Fazemos  $m=1$

FORMULAS DA  
TRANSFORMAÇÃO

$$R = R_0 - \int_{\phi_0}^{\phi} \rho \cdot d\phi = R_0 - \sigma \quad \text{Equação 27}$$

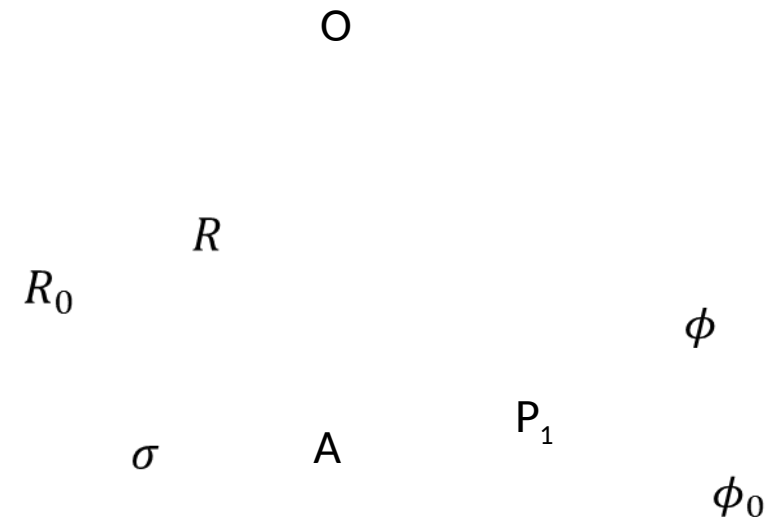
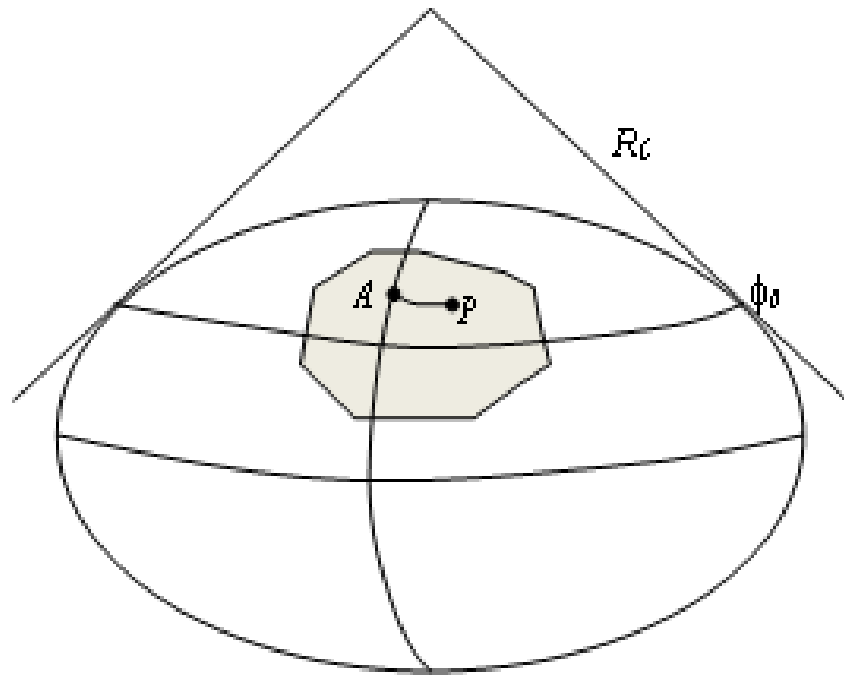
$$R_0 = N_0 \cdot \cot \phi_0 \quad \text{Equação 28}$$

$$\theta = \pm \frac{r \cdot \lambda}{R} \quad \text{Equação 29}$$

# INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DA PROJEÇÃO DE BONNE

- Transformação direta
- Transformação inversa





**FIGURA 4.5** - Traça-se uma reta representativa do meridiano central e escolhe-se um ponto O para o centro dos arcos de circunferência representativos do paralelo. Depois traça-se um arco de raio  $R_0$ .

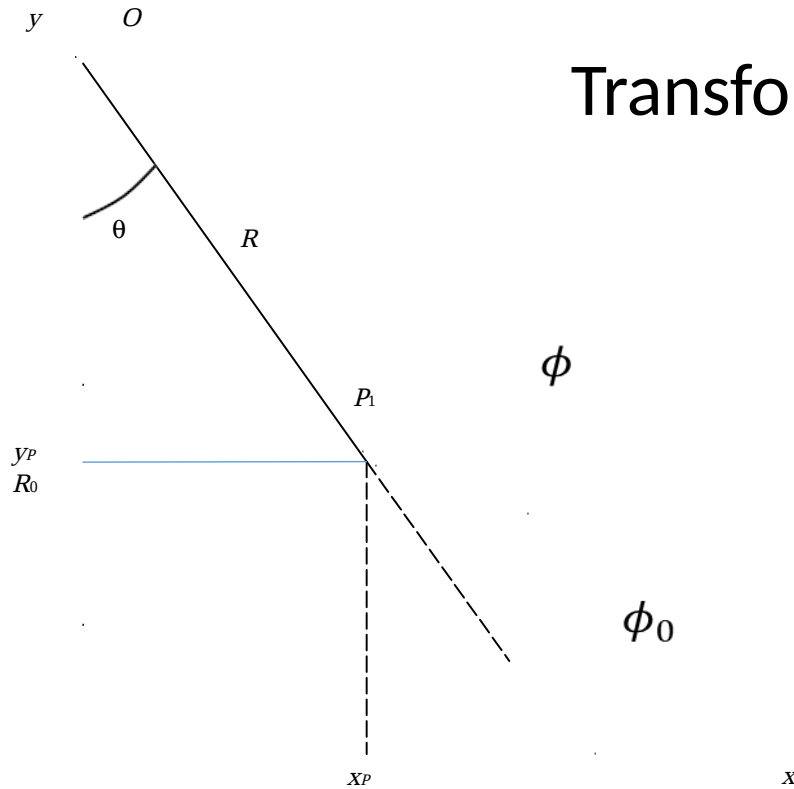
- Representação do paralelo central:

$$R_0 = N_0 \cdot \cot \phi_0 \quad \text{Equação 30}$$

- Para representar um ponto genérico P, traça-se arco de circunferência de raio R:

$$R = R_0 - \sigma \quad \text{Equação 31}$$

## Transformação direta



**Figura 4.6** - Sistema de coordenadas polares na projeção de Bonne

- As coordenadas cartesianas retangulares são dadas por:

$$x_{p_1} = R \cdot \sin \theta = (R_0 - \sigma) \cdot \sin \theta \quad \text{Equação 32}$$

$$y_{p_1} = R_0 - R \cdot \cos \theta \quad \text{Equação 33}$$

- Temos em consideração:

$$\theta = \frac{r \cdot \lambda}{R} \quad \text{Equação 34}$$

$$R_0 = N_0 \cdot \cot \phi_0 \quad \text{Equação 30}$$

$$R = R_0 - \sigma \quad \text{Equação 31}$$

# Transformação inversa

- Temos as seguintes expressões:

$$\theta = \arctan\left(\frac{x_{p1}}{R_0 - y_{p1}}\right) \quad \text{Equação 35}$$

$$R = \frac{R_0 - y_{p1}}{\cos \theta} = \frac{x_{p1}}{\sin \theta} \quad \text{Equação 36}$$

- $R_0 = N_0 \cdot \cot \phi_0$  Equação 30

- $\sigma = R_0 - R$  Equação 37

- $\lambda = \frac{R \cdot \theta}{r}$  Equação 38

# Bibliografia

- <http://www.quadibloc.com/maps/mps0402.htm> 12/04/2017
- [http://wikipedia.qwika.com/en2pt/Bonne\\_projection](http://wikipedia.qwika.com/en2pt/Bonne_projection)
- <https://www.wdl.org/pt/item/15483/>
- <https://moodle.fct.unl.pt/>
- <https://www.mapthematics.com/ProjectionsList.php?Projection=114>
- <http://www.progonos.com/furuti/MapProj/Normal/ProjPCon/projPCon.html>
- <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Projects/Hoyer/S5.html>
- Map Projections – A working manual, John Parr Snyder